

APLIKASI METODE ELEMEN HINGGA PADA MASALAH GELOMBANG ELEKTROMAGNET

Sutrasno

Pusdiklat Badan Tenaga Nuklir Nasional

ABSTRAK

APLIKASI METODE ELEMEN HINGGA PADA MASALAH GELOMBANG ELEKTROMAGNET. Pada makalah ini dijelaskan salah satu penerapan metode elemen hingga pada persoalan elektromagnet dengan electromagnetic analysis program (EMAP). EMAP merupakan kode program pemodelan elemen hingga tiga dimensi berbasis elemen tetrahedral skalar yang dapat digunakan untuk menghitung distribusi medan elektromagnet pada struktur tiga dimensi sederhana. Metode Galerkin diterapkan pada elemen tetrahedral skalar untuk memperoleh penyelesaian pendekatan.

Kode program EMAP ini dibuat dalam bahasa C. Konfigurasi masukan yang diberikan ke EMAP berupa file berbentuk teks dan numerik, dan menghasilkan keluaran dengan format yang sama dengan input. Output dari kode program merupakan sekumpulan numerik yang merupakan titik-titik koordinat dan kuat medan listrik pada tiap titik koordinat pada domain komputasi. Data numerik relatif sulit untuk diinterpretasi sehingga diperlukan program bantu untuk mengubah data numerik tersebut menjadi bentuk grafik. Perangkat lunak Jandel Sigma Plot 3.0 digunakan untuk memvisualkan data numerik tersebut. Sedangkan paket program pengolahan data Microsoft Excell versi 7.0 digunakan agar format output yang dihasilkan oleh kode program sesuai dengan format lunak Jandel Sigma Plot 3.0

Eksperimen numerik dilakukan untuk mengetahui distribusi medan listrik pada pemandu gelombang (waveguide) persegi empat. Mode TM digunakan untuk mengetahui perambatan gelombang elektromagnet di dalam waveguide tersebut.

ABSTRACT

APPLICATION OF FINITE ELEMENT METHOD ON ELECTROMAGNETIC PROBLEMS. This paper reports on an application of the finite element method to analyze electromagnetic problems using ElectroMagnetic Analysis Program or EMAP. EMAP is a three dimensional finite element modelling code. This finite element method is based on the nodal element that can be used to solve field distribution in a simple three dimensional structures. The Galerkin method is employed to formulate the Maxwell equation in the tetrahedral elements.

The source code of EMAP is written in the C programming language. The code reads the input configuration in as an ASCII text file, and provides output in the same form. Output from the source code consists of a listing of the nodal coordinates and electric field strength at each node. These numerical data are not easily understood, so a post processing is needed to manipulate them into a graphical output. To do so, the data are rearranged by the spreadsheet Microsoft Excell, and then plotted by Jandel Sigma Plot 3.0 for a visualization.

A number of experiments is carried out to investigate the electric field strength distribution in the computation domain. The TM mode are chosen to illustrate wave propagation in a rectangular waveguide.

Kata Kunci : Metode elemen hingga, gelombang elektromagnet

PENDAHULUAN

Metode elemen hingga merupakan salah satu metode numerik untuk memperoleh penyelesaian pendekatan suatu persamaan differensial parsial dan masalah nilai batasnya [1]. Secara umum, persamaan differensial dan masalah nilai batas dapat diselesaikan dengan metode Galerkin atau metode Ritz. Secara matematis, metode Galerkin lebih mudah dari metode Ritz. Metode Ritz memerlukan pengetahuan tentang *variational calculus* untuk memperoleh penyelesaian pendekatan. Secara umum, metode Galerkin banyak digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan differensial, khususnya persamaan yang mempunyai turunan pertama. Metode elemen hingga menerapkan metode Galerkin untuk menyelesaikan persamaan differensial pada suatu subdomain atau elemen. Sebuah domain komputasi tiga dimensi tersusun dari sekumpulan subdomain atau elemen tiga dimensi, sehingga pendekatan metode elemen hingga Galerkin dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial di seluruh domain komputasi tersebut.

Perambatan gelombang elektromagnet melalui suatu medium merupakan salah satu fenomena fisis yang mempunyai bentuk persamaan differensial, sehingga metode elemen hingga dapat digunakan untuk memodelkan persamaan differensial ini. Pemodelan dapat dilakukan dengan menggunakan elemen skalar atau elemen vektor. Elemen skalar digunakan jika gelombang elektromagnet merambat pada medium homogen, sedangkan elemen vektor dapat diterapkan baik pada medium homogen maupun non-homogen [2].

Meskipun konsep matematis metode elemen hingga lebih kompleks dibandingkan metode lain misalnya metode beda hingga, tetapi metode ini

berkembang pesat karena kemampuannya untuk menganalisis persoalan yang mempunyai bentuk geometri rumit [3].

Perkembangan teknologi komputer, metode komputasi numerik dan sistem desain berbantuan komputer atau CAD sangat menunjang perkembangan metode elemen hingga. Sejalan dengan perkembangan teknologi komputer, maka pada saat ini kode perhitungan elemen hingga telah dikembangkan untuk sistem komputer mikro. Kode program EMAP, yang ditulis dalam bahasa C, dapat digunakan untuk menganalisis distribusi medan elektromagnet pada struktur tiga dimensi yang homogen dengan kondisi batas tertutup, misalnya pemandu gelombang.

Waveguide merupakan salah satu komponen sistem telekomunikasi yang digunakan untuk mengirimkan gelombang elektromagnet, misalnya serat optik dan *microstrip line*. Secara umum, geometri waveguide berbentuk persegi empat atau silinder. Secara matematis, waveguide persegi empat banyak digunakan untuk mempelajari karakteristik waveguide.

METODE ELEMEN HINGGA METODE GALERKIN

Penerapan metode elemen hingga untuk menyelesaikan persamaan differensial dan masalah nilai batas dapat dilakukan dengan metode pendekatan, misalnya metode Galerkin. Metode elemen hingga Galerkin digunakan menyelesaikan persamaan Maxwell pada suatu domain dengan pendekatan pada tiap elemen. Secara matematis, masalah nilai batas pada domain Ω dapat didefinisikan dalam bentuk persamaan sebagai berikut :

$$\sim \phi = f$$

dengan

- ∇ = operator differensial
- ϕ = variabel yang akan dicari penyelesaiannya
- f = fungsi eksitasi..

Pada persoalan gelombang elektromagnet, persamaan differensial adalah persamaan Helmholtz:

$$\nabla \times (\nabla \times E) - k_0^2 \epsilon_r E = -j\omega J$$

dengan

- ∇ = operator differensial
- E = variabel yang akan dicari penyelesaiannya
- J = sumber medan elektromagnet atau fungsi eksitasi
- ϵ_r = permitivitas relatif medium perambatan
- μ_r = permeabilitas relatif medium perambatan
- k_0 = bilangan gelombang
- Z_0 = impedansi intrinsik medium perambatan.

Metode Galerkin mentransformasikan persamaan differensial menjadi persamaan aljabar yang dapat diselesaikan secara numerik.

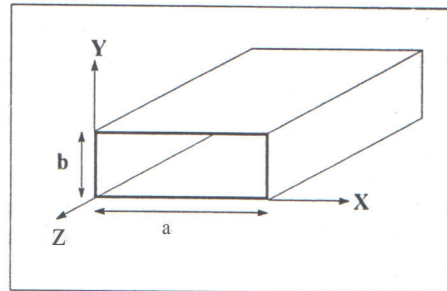
Persamaan Gelombang Elektromagnet pada waveguide persegi empat

Pada keadaan tidak ada sumber arus dan mediumnya homogen, persamaan gelombang dapat ditulis :

$$(\nabla^2 + k^2)E = 0$$

Dalam sistem koordinat kartesian, persamaan gelombang dalam bentuk vektor dapat direduksi menjadi tiga persamaan gelombang skalar Helmholtz. Penyelesaian persamaan gelombang elektromagnet harus memenuhi persamaan Maxwell dan persyaratan nilai batasnya. Bentuk

geometri waveguide persegi empat dapat dilihat pada gambar I. Pada dinding waveguide berlaku suatu kondisi batas tertentu yang memungkinkan perambatan gelombang pada konfigurasi atau mode tertentu.



Gambar 1. Waveguide Persegi Empat

Sesuai dengan model waveguide persegi empat dimana dinding pembatasnya bersifat penghantar sempurna maka kondisi batas medan listrik pada dinding tersebut adalah :

$$E_x(x=a, y, z) = E_x(x=0, y, z) = 0$$

$$E_y(x, y=b, z) = E_y(x, y=0, z) = 0$$

$$E_z(x, y, z) = E_z(x, y, z) = 0$$

$$E_x(x, y, z) = E_x(x, y, z) = 0$$

Pada kondisi batas ini terlihat bahwa komponen tangensial medan listrik bernilai nol pada dinding-dinding waveguide. Penyelesaian persamaan gelombang di dalam waveguide harus memenuhi persamaan Maxwell dan masalah nilai batasnya. Jika diasumsikan bahwa gelombang elektromagnet merambat pada arah Z positif, maka konfigurasi medan listrik pada waveguide adalah (1):

$$E_z(x, y, z) = -jA \frac{k_x^2 + k_y^2}{\omega\mu\epsilon} \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z}$$

$$E_x(x, y, z) = -A \frac{k_x k_z}{\omega\mu\epsilon} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z}$$

$$E_y(x, y, z) = -A \frac{k_y k_z}{\omega\mu\epsilon} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z}$$

PE-OGRAM EMAP

EMAP merupakan program pemodelan elemen hingga yang dapat digunakan untuk memodelkan distribusi medan elektromagnet pada domain tiga dimensi dengan kondisi batas tertutup. Kode program ini menggunakan metode Galerkin untuk memformulasikan elemen tetrahedral skalar dengan fungsi polinomial orde pertama.

Algoritma Program

Proses diskritisasi domain volume menghasilkan sejumlah heksahedral yang tersusun dari lima buah elemen tetrahedral. Tiap elemen tetrahedral menghasilkan matriks tetrahedral. Sedangkan matriks heksahedral tersusun dari lima matriks tetrahedral. Matriks global merupakan gabungan seluruh matriks heksahedral, yang menghasilkan persamaan aljabar. Dengan kondisi batas yang ada, persamaan matriks dapat ditulis dalam bentuk :

$$[A][x] = [b]$$

A merupakan *matriks sparse* yang simetris berukuran $N \times N$, sedangkan $[x]$ dan $[b]$ adalah matriks kolom. Matriks $[x]$ merupakan matriks yang akan dicari penyelesaiannya, sedangkan matriks b diketahui dari input. Penyelesaian persamaan matriks tersebut menghasilkan koefisien-koefisien yang menyatakan distribusi medan listrik di seluruh domain komputasi.

HASIL NUMERIK

Masukan

Waveguide persegi empat yang merupakan model perhitungan mempunyai dimensi lebar yang searah sumbu X 18 satuan sel, tinggi searah sumbu Y dengan 8 satuan sel, dan panjang searah sumbu Z 20 satuan sel. Satu sel merupakan sebuah elemen heksahedral. Diasumsikan bahwa gelombang yang merambat pada medium perambatan mempunyai konstanta dielektrik 1.0 dengan frekuensi gelombang 16 GHz pada mode dominan TM_{11} .

Keluaran

Konfigurasi output yang dihasilkan berbentuk teks atau numerik yang merupakan nilai distribusi medan listrik di dalam waveguide persegi empat. Grafik distribusi medan listrik pada sisi depan, atas dan samping waveguide persegi empat.

KESIMPULAN

EMAP merupakan program elemen hingga Galerkin tiga dimensi berbasis elemen tetrahedral skalar yang dapat digunakan untuk memodelkan persamaan gelombang skalar. EMAP didisain untuk menghitung distribusi medan listrik pada konfigurasi tiga dimensi berbentuk persegi empat dengan kondisi batas tertutup (*Closed boundary*).

Pemodelan dilakukan dengan menggunakan waveguide persegi empat pada mode TM_{11} . Data eksperimen

numerik menunjukkan bahwa distribusi medan listrik E_z dan E_x pada dinding atas dan bawah adalah nol, begitu pula distribusi medan listrik E_x dan E_y pada dinding samping.

EMAP dapat dimanfaatkan sebagai alat bantu pendidikan untuk mempelajari metode elemen hingga, karena relatif mudah untuk dipelajari dan digunakan.

REFERENCE

- [1]. Jin, J., " *The Finite Element Method in Electromagnetics*", John Wiley and Sons, Inc., New York, 1993.
- [2]. Gerrit Mur, "Edge Element, their advantages and their disadvantages," *IEEE Trans. On magnetics.*, Vol.30, No.5, September 1994.
- [3]. E. Akin , "Finite Elements for Analisis and Design," Academic Press, Inc., London, 1994.
- [4]. Website: <ftp.emclab.umr.edu>
- [5]. Arkadan, "a Graduate Course on Finite Elements Analysis for Electromagnetic Application," *IEEE Trans. On Education.*, Vol. 36, No.2, May 1993.
- [6]. Webb, "Edge Elements and what they can do for you," *IEEE Trans on Magnetics.*, Vol. 29, No.2, March 1993.
- [7]. Silvester, P.P., R.L. Ferrari, "Finite Elements for Electrical Engineers," Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [8]. Huebner, E.A., Thornton, "The Finite Element Methodfor Engineers," John Wiley and Sons, Inc. New York, 1982.
- [9]. Balanis, C.A., "Advanced Engineering Electromagnetics," John Wiley and Sons, Inc., New York, 1989.
- [10]. Boyse et al, "A Scalar and Vector Potential Formulation Finite Element Solution to Maxwell's Equations," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques.*, March 1992.
- [11]. Gerrit Mur, "The Finite Element Modelling of Three Dimensional Electromagnetic Fields Using Edge and Nodal Elements," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation.*, Vol.41, No.7, July 1993.
- [12]. L. Volakis, "Some Finite Element Preprocessing Algorithms for Electromagnetic Scattering," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation.*, Vol.35, No.3, June 1993.
- [13]. Laroussi, G.I. Costache, "Finite Element Method Applied to EMC Problem," *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility.*, Vol.35, No.2, May 1993.
- [14]. G. Mur, "Compatibility Relations and the Finite Element Formulation of Electromagnetic Field Problems," *IEEE Trans. on Magnetics.*, Vol.30, No.5, September 1994.
- [15]. F.Collino and P. Joly, "New Absorbing Boundary Conditions of 3D Maxwell's Equations," *IEEE Trans. on Magnetics.*, Vol.31, No.3, May 1995.
- [16]. Miano, C. Serpico, L. Verolino, F. Villone, "Numerical Solution of the Maxwell Equations in Nonlinear Media," *IEEE Trans. on Magnetics.*, Vol.32, No.3, May 1996.
- [17]. Stupfel, R. Mittra, "Numerical Absorbing Conditions for the Scalar and Vector Wave Equations," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation.*, Vol.44, No.7, July 1996.