

## KARAKTERISASI TEBAL LAPISAN BATAS FLUIDA NANO $ZrO_2$ DI PERMUKAAN PEMANAS PADA PROSES PERPINDAHAN PANAS KONVEKSI ALAMIAH

V. Indriati Sri Wardhani dan Henky P. Rahardjo  
Pusat Sains Dan Teknologi Nuklir Terapan – Batan - Bandung  
Jl. Tamansari no. 71 Bandung 40132  
Email: vero@batan.go.id  
Diterima editor: 14 September 2015  
Direvisi editor: 23 September 2015  
Disetujui untuk publikasi: 5 Oktober 2015

### ABSTRAK

**KARAKTERISASI TEBAL LAPISAN BATAS FLUIDA NANO  $ZrO_2$  DI PERMUKAAN PEMANAS PADA PROSES KONVEKSI ALAMIAH.** Pendinginan sistem sangat dipengaruhi oleh proses perpindahan panas konveksi dari sumber panas ke fluida pendingin. Biasanya sebagai fluida pendingin digunakan fluida konvensional seperti air. Pendinginan suatu sistem dengan air tersebut dapat ditingkatkan dengan menggunakan fluida lain seperti fluida nano, yaitu fluida yang dibuat dari campuran air ditambah partikel dengan ukuran nano. Peneliti Batan Bandung telah membuat fluida nano  $ZrO_2$  dari bahan local. Telah dibuat pula peralatan eksperimen untuk mempelajari sifat-sifat termohidrolik fluida nano tersebut. Hal ini dilakukan untuk mendapatkan fluida nano yang tepat jika digunakan sebagai fluida pendingin sistem. Dalam penelitian ini dilakukan eksperimen untuk mempelajari sifat-sifat termohidrolik fluida nano  $ZrO_2$  yang terbuat dari campuran air dengan partikel nano  $ZrO_2$  yang berukuran  $10^7$ - $10^9$  nm dengan konsentrasi 1 gr/lit yang digunakan sebagai pendingin pada proses pendinginan konveksi alamiah. Proses tersebut sangat bergantung pada perubahan temperatur dari sumber panas ke fluida pendingin. Dalam pendinginan konveksi alamiah perubahan temperatur itu akan terjadi di dalam tebal lapisan batas termalnya. Oleh karena itu perlu diteliti tebal lapisan batas termal dari fluida nano  $ZrO_2$  yang selanjutnya juga dapat untuk menentukan kecepatan aliran lokalnya. Eksperimen dilakukan melalui proses perpindahan panas konveksi alamiah dengan memasukkan beberapa variasi daya pemanas, kemudian dilakukan pengukuran temperatur di beberapa titik secara horizontal untuk melihat distribusi temperaturnya. Hasil pengukuran distribusi temperatur tersebut dapat digunakan untuk menentukan tebal lapisan batas dan kecepatan alirannya. Diperoleh bahwa tebal lapisan batas termal dan kecepatan konveksi alamiah fluida nano  $ZrO_2$  tidak jauh berbeda dari fluida konvensional air.

Kata kunci: Lapisan batas, fluida nano  $ZrO_2$ , konveksi alamiah.

### ABSTRACT

**CHARACTERIZATION OF BOUNDARY LAYER THICKNESS OF NANO FLUID  $ZrO_2$  ON NATURAL CONVECTION PROCESS.** Cooling system is highly influenced by the process of convection heat transfer from the heat source to the cooling fluid. The cooling fluid usually used conventional fluid such as water. Cooling system performance can be improved by using fluids other than water such as nano fluid that is made from a mixture of water and nano-sized particles. Researchers at Batan Bandung have made nano fluid  $ZrO_2$  from local materials, as well as experimental equipment for studying the thermohydraulic characteristics of nano fluid as the cooling fluid. In this study, thermohydraulic characteristics of nano fluid  $ZrO_2$  are observed through experimentation. Nano fluid  $ZrO_2$  is made from a mixture of water with  $ZrO_2$  nano-sized particles of  $10^7$ - $10^9$  nm whose concentration is 1 g/ltr. This nano fluid is used as coolant in the cooling process of natural convection. The natural convection process depends on the temperature difference between heat source and the cooling fluid, which occur in the thermal boundary layer. Therefore it is necessary to study the thermal boundary layer thickness of nano fluid  $ZrO_2$ , which is also able to determine the local velocity. Experimentations are done with several variation of the heater power and then the temperature are measured at several horizontal points to see the distribution of the temperatures. The temperature distribution measurement results can be used to determine the boundary layer thickness and flow rate. It is obtained that thermal boundary layer thickness and velocity of nano fluid  $ZrO_2$  is not much different from the conventional fluid water.

Keywords: Boundary layer, nanofluid  $ZrO_2$ , natural convection.

## PENDAHULUAN

Masalah pendinginan merupakan salah satu syarat mutlak di dalam operasi suatu sistem pembangkit daya. Hal ini disebabkan karena pada sistem pembangkit daya akan menghasilkan energi dalam bentuk panas. Agar tidak terjadi akumulasi panas dalam sistem tersebut perlu dilakukan pendinginan. Pendinginan suatu sistem bergantung pada proses perpindahan panas yang terjadi dari sumber panas ke fluida pendingin. Oleh karena itu sifat pendinginan fluida pendingin akan berbeda-beda tergantung jenis fluida yang digunakan. Biasanya sebagai fluida pendingin digunakan fluida konvensional seperti air. Akan tetapi akhir-akhir ini ada usaha untuk memperbaiki pendinginan dengan mencampur air dengan partikel tertentu sehingga diharapkan dapat menaikkan koefisien perpindahan panasnya dan pendinginannya lebih efektif. Salah satu partikel yang digunakan untuk mencampur fluida air adalah partikel nano  $ZrO_2$  dengan ukuran  $10^{-7}$ -  $10^{-9}$  nm [1]. Telah dibuat fluida nano  $ZrO_2$  oleh peneliti Batan Bandung dari bahan local unsur  $ZrO_2$  karena bahan tersebut murah dan mudah diperoleh, sehingga perlu dilakukan penelitian untuk melihat unjuk kerja pendinginan fluida nano  $ZrO_2$  tersebut. Salah satu cara untuk mengetahui unjuk kerja pendinginannya adalah dengan melihat tebal lapisan batasnya. Lapisan batas merupakan daerah berlapis-lapis yang terbentuk dari tepi depan permukaan perpindahan panas dimana sifat fluida seperti viskositas, rapat massa dan lainnya akan berubah-ubah sesuai dengan perubahan temperaturnya dan disebut sebagai lapisan batas termal. Selain lapisan batas termal ada pula lapisan batas hidrodinamik yang terjadi akibat gesekan fluida dengan permukaan atau gesekan antar molekul fluida yang dalam hal ini tidak akan dibahas.

Proses perpindahan panas di dalam sistem pembangkit daya yang paling dominan adalah proses konveksi yang bergantung antara lain pada gerakan aliran fluida pendinginnya. Gerakan fluida dapat disebabkan oleh pompa, dapat pula oleh perubahan sifat fluida karena pemanasan. Apabila gerakan fluidanya berasal dari pompa disebut perpindahan panas konveksi paksa dan apabila gerakan fluidanya berasal dari perubahan sifat fluida karena pemanasan disebut konveksi alamiah. Untuk mengetahui unjuk kerja fluida nano  $ZrO_2$  sebagai fluida pendingin dibuat model eksperimen proses perpindahan panas konveksi alamiah di permukaan pemanas, sehingga dapat dipelajari perubahan sifat fluida karena perubahan temperatur dari permukaan pemanas [2]. Dalam eksperimen tersebut dilakukan pengukuran perubahan temperatur fluida dari dinding pemanas. Perubahan temperatur ini terjadi di daerah lapisan batas yang mengakibatkan sifat fluida berubah, sehingga gerakan aliran fluida atau kecepatan aliran juga berubah. Kecepatan aliran yang berubah tersebut akan mempengaruhi proses perpindahan panas dari sumber panas ke fluida pendingin. Sebagai pembanding dilakukan pula eksperimen dengan fluida konvensional (air) untuk mengetahui kelebihan atau kekurangan fluida nano  $ZrO_2$  jika digunakan sebagai fluida pendingin. Dengan eksperimen tersebut unjuk kerja fluida nano  $ZrO_2$  dapat diketahui walaupun hanya dari proses perpindahan panas konveksi alamiah.

## TEORI

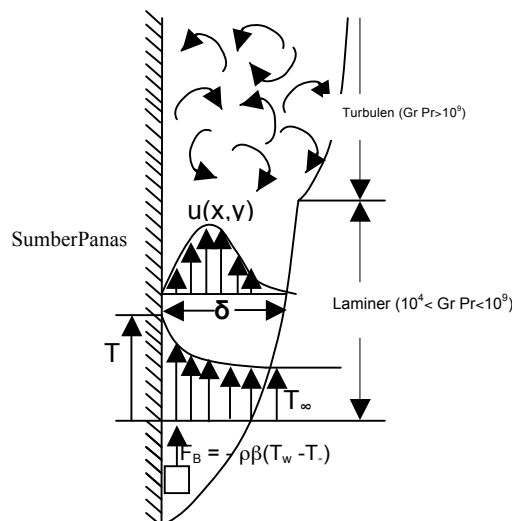
Perpindahan panas antara benda padat dan fluida terjadi karena adanya gabungan proses konduksi dan angkutan massa (transport massa). Bila benda padat mempunyai temperatur lebih tinggi daripada fluidanya, maka mula-mula panas akan berpindah secara konduksi dari benda padat ke partikel-partikel fluida di dekat dinding. Sehingga energi dalam fluida akan meningkat dan terangkut oleh gerakan fluida. Bila partikel-partikel fluida yang terpanaskan itu mencapai daerah yang temperaturnya lebih rendah, maka panas akan berpindah lagi secara konduksi dari fluida yang lebih panas ke fluida yang lebih dingin. Dalam hal ini terlihat bahwa proses perpindahan panas tidak terlepas dari gerakan aliran fluida di sekitar permukaan perpindahan panas, baik aliran laminar maupun turbulen.

Pendinginan suatu sistem dapat dilakukan melalui mekanisme perpindahan panas konveksi baik secara alamiah maupun paksa [5]. Karena perpindahan panas konveksi sangat bergantung pada gerakan aliran, maka jelas pendinginan suatu sistem akan lebih baik jika dilakukan secara paksa, sehingga bisa dikatakan bahwa, jika suatu sistem telah dapat terpenuhi jika didinginkan secara alamiah, maka dapat dijamin akan terpenuhi pula jika didinginkan secara paksa. Oleh karena itu

untuk melihat unjuk kerja fluida nano  $ZrO_2$  sebagai fluida pendingin, maka dalam penelitian ini hanya akan ditinjau dari proses perpindahan panas konveksi alamiah saja.

Perpindahan panas konveksi alamiah terjadi apabila sebuah benda ditempatkan dalam suatu fluida yang temperaturnya lebih tinggi atau lebih rendah daripada benda tersebut. Akibat perbedaan temperatur tersebut, panas akan mengalir antara benda dan fluida yang mengakibatkan perubahan rapat massa lapisan-lapisan fluida di dekat permukaan benda. Perbedaan rapat massa akan menyebabkan fluida yang lebih berat mengalir ke bawah dan fluida yang ringan mengalir ke atas. Gerakan fluida yang disebabkan hanya oleh perbedaan rapat massa karena adanya perbedaan temperatur, tanpa bantuan pompa, disebut sebagai mekanisme konveksi alamiah atau konveksi bebas. Jadi dalam konveksi alamiah fluida bergerak karena adanya gaya apung (*buoyancy force*) yang dialaminya akibat berkurangnya rapat massa. Gaya apung itu tidak akan terjadi jika fluida tidak menderita suatu gaya dari luar seperti gravitasi yang disebut gaya badan (*body force*). Kecepatan gerak fluida dalam konveksi alamiah, terutama yang pembangkitannya disebabkan oleh gravitasi, pada umumnya rendah [6].

Dalam konveksi alamiah, aliran yang terjadi dapat laminar atau turbulen, tergantung pada jarak tepi depan permukaan pemanas, sifat-sifat fluida, gaya badan dan beda temperatur seperti ditunjukkan pada Gambar 1. Pada dinding, kecepatannya adalah nol karena adanya pengaruh kekasaran permukaan sehingga gesekannya besar. Kecepatan itu akan bertambah besar dengan mengecilnya pengaruh gesekan, sampai mencapai suatu nilai maksimum dan kemudian menurun lagi hingga nol pada tepi lapisan batas karena kondisi arus bebas (*free stream*) [7,8].



Gambar 1. Konveksi bebas pada pelat rata vertikal

Pada Gambar 1,  $\delta$  adalah tebal lapisan batas,  $u$  adalah kecepatan fluida arah  $x$ ,  $T_w$  adalah temperatur permukaan pelat, dan  $T_\infty$  adalah temperatur lingkungan.

Proses perpindahan panas konveksi alamiah pada pelat vertikal berlaku persamaan momentum yang memperhitungkan berat unsur fluida berlaku sebagai berikut[9,10]:

$$\rho \left( u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} \right) = - \frac{dP}{dx} - \rho g + \mu \left( \frac{d^2 u}{dy^2} \right) \quad (1)$$

Distribusi temperatur diperoleh dari persamaan energi sebagai berikut:

$$\rho C_p \left( u \frac{dT}{dx} + v \frac{dT}{dy} \right) = k \left( \frac{d^2 T}{dy^2} \right) \quad (2)$$

Untuk distribusi temperatur digunakan syarat batas,  $T = T_w$  pada  $y = 0$ ,  $T = T_\infty$  pada  $y = \delta$  dan  $\frac{dT}{dy} = 0$  pada  $y = \delta$ .

Sedangkan persamaan profil kecepatan diperoleh dari persamaan kontinuitas sebagai berikut:

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} = 0 \quad \text{atau} \quad \frac{du}{dx} = -\frac{dv}{dy} \quad (3)$$

dengan syarat batas untuk distribusi kecepatan  $u = 0$  dan  $v = 0$  pada  $y = 0$ ,  $u = 0$  pada  $y = \delta$  dan  $\frac{du}{dy} = 0$  pada  $y = \delta$ .

Dari ke tiga persamaan di atas dengan memasukkan syarat batas, maka diperoleh kecepatan dan tebal lapisan batas sebagai fungsi  $x$  dan dinyatakan sebagai [11,12]:

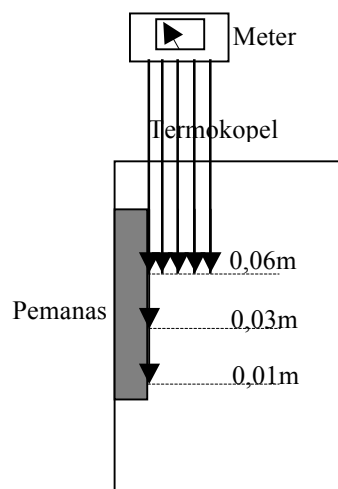
$$u_x = 5,17 \nu \left( \text{Pr} + \frac{20}{21} \right)^{-1/2} \left( \frac{g \beta (T_w - T_\infty)}{\nu^2} \right)^{1/2} x^{1/2} \quad (4)$$

$$\delta = 3,93 \text{Pr}^{-1/2} \left( \text{Pr} + \frac{20}{21} \right)^{1/4} \left( \frac{g \beta (T_w - T_\infty)}{\nu^2} \right)^{1/4} x^{1/4} \quad (5)$$

Persamaan (4) dan (5) dipergunakan untuk menghitung kecepatan dan tebal lapisan batas dari data-data yang diperoleh pada waktu dilakukan eksperimen.

## EKSPERIMEN

Peralatan yang telah dibuat dan dipergunakan untuk melakukan eksperimen terdiri dari pemanas listrik berbentuk pelat dengan daya maksimum 500 Watt yang dicelupkan dalam fluida pendingin berupa air maupun fluida nano  $\text{ZrO}_2$  supaya terjadi proses perpindahan panas konveksi. Panas dibuang melalui penukar panas untuk mengembalikan temperatur fluida pendingin yang naik karena pemanasan ke temperatur lingkungan. Proses konveksi dapat berlangsung secara alamiah (aliran yang terjadi karena perbedaan rapat massa) dan secara paksa (aliran yang terjadi karena bantuan pompa). Proses konveksi alamiah di dalam eksperimen di sini sudah cukup untuk membandingkan unjuk kerja fluida air dengan fluida nano  $\text{ZrO}_2$  dalam pendinginan sistem dengan melihat perubahan temperaturnya. Selama eksperimen berlangsung data perubahan temperatur fluida pendingin sebagai fungsi dari jarak terhadap pemanas dicatat, blok diagram dan sistem eksperimen dapat dilihat pada Gambar 2 dan 3. Data perubahan temperatur tersebut kemudian digunakan untuk memprediksi tebal lapisan batas yang sangat berpengaruh pada unjuk kerja pendinginan suatu fluida pendingin. Selain tebal lapisan batas tersebut diperoleh pula kecepatan yang terjadi di titik tempat pengukuran temperatur dilakukan (kecepatan lokal). Diharapkan hasilnya dapat digunakan untuk mengetahui perbedaan pendinginan sistem baik dengan fluida air maupun fluida nano.



Gambar 2. Blok diagram sistem eksperimen



Gambar 3. Sistem Perangkat Eksperimen

Termokopel dipasang dalam kolam proses di tiga (3) daerah pada jarak 0,01m, 0,03m dan 0,06m dari tepi depan pemanas, sedang di setiap daerah diukur distribusi temperatur fluidanya kearah menjauhi pemanas. Posisi ini dipilih dengan anggapan bahwa di titik-titik tersebut cukup untuk mewakili perubahan temperatur di daerah tebal lapisan batas termal seperti ditunjukkan pada Gambar 2.

### Prosedur Eksperimen

1. Masukkan fluida kerja  $ZrO_2$  atau air ke dalam kolam proses secara bergantian.
2. Hidupkan pompa supaya fluida kerja dapat bersirkulasi agar tidak terjadi penumpukan panas di dalam rangkaian primer (kolam proses) apabila pemanas dijalankan.
3. Operasikan penukar panas pada rangkaian sekunder dengan cara menjalankan kipas untuk membuang panas ke lingkungan apabila pemanas di operasikan.
4. Pastikan bahwa sistem akan bersirkulasi secara kontinyu dan tidak ada gelembung udara yang terjebak.
5. Operasikan pemanas listrik sebagai daya pemanas.
6. Setelah tercapai keadaan tunak (*steady*) dilakukan pengukuran temperatur fluida kerja.

Dalam eksperimen ini, fluida kerja  $ZrO_2$  atau air disirkulasikan pada berbagai variasi daya pemanas, mulai dari 100 kW, 200 kW, 300 kW, 400 kW dan 500 kW, yang mana dengan daya-daya tersebut fluida nano maupun air tidak akan mengalami pendidihan, masih dalam keadaan satu fasa yaitu fasa cair.

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil pengukuran temperatur fluida kerja di dalam kolam proses pada pada jarak 0,01m, 0,03m dan 0,06m dari tepi depan pemanas ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil pengukuran Temperatur untuk Fluida Nano ZrO<sub>2</sub> dan Air di dinding pemanas (T<sub>w</sub>) dan Temperatur di tepi lapisan batas (T<sub>∞</sub>) di posisi 0,01 m, 0,03 m dan 0,06 m.

Daerah Pengukuran	Daya Pemanas (kW)	T <sub>w</sub> ( °C )		T <sub>∞</sub> ( °C )	
		Fluida	Fluida	Fluida	Fluida
		ZrO <sub>2</sub>	Air	ZrO <sub>2</sub>	Air
0,01 m	200	48,464	48,631	29,57	29,43
	300	49,581	50,121	30,32	30,32
	500	90,413	94,043	30,33	30,33
0,03m	200	49,602	50,354	29,58	29,57
	300	50,245	51,327	30,34	30,31
	500	153,23	160,50	30,36	30,36
0,06m	200	49,477	50,342	30,40	30,36
	300	50,535	51,269	30,41	30,37
	500	184,41	189,58	30,42	30,37

Data T<sub>w</sub> dan T<sub>∞</sub> dalam Tabel 1 merupakan harga T<sub>w</sub> dan T<sub>∞</sub> yang sudah tidak berubah secara signifikan terhadap jarak. Data-data temperatur yang diperoleh di atas dipergunakan untuk menghitung tebal lapisan batas dan diperoleh hasil yang ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil perhitungan kecepatan dan lapisan batas termal untuk Fluida Nano ZrO<sub>2</sub> dan Air

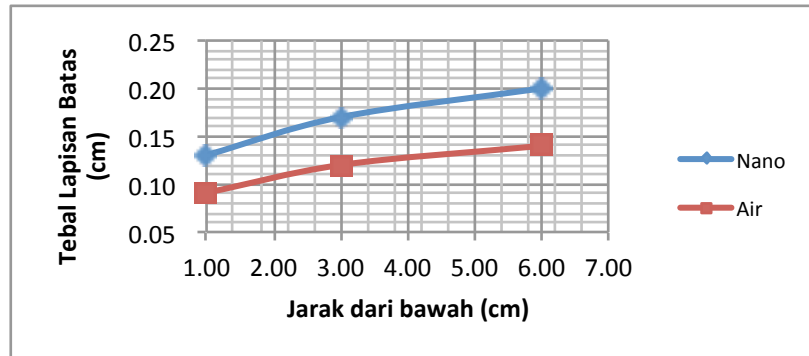
x(cm)	Kecepatan (cm/s)		Lapisanbatas (cm)	
	NanoZrO <sub>2</sub>	Air	Nano ZrO <sub>2</sub>	Air
1.00	6.39	12.13	0.13	0.09
3.00	11.08	21.01	0.17	0.12
6.00	15.66	29.72	0.20	0.14

Dari hasil perhitungan yang ditunjukkan pada Tabel 2 terlihat bahwa tebal lapisan batas untuk fluida nano ZrO<sub>2</sub> tampak lebih tebal daripada fluida air karena rapat massanya lebih besar. Hasil yang diperoleh kemudian dibuat kurva hubungan antara tebal lapisan batas dengan jarak dari dinding pemanas, baik untuk air maupun fluida nano seperti ditunjukkan pada Gambar 4. Dari Gambar 4 terlihat bahwa kenaikan tebal lapisan batas terhadap jarak pemanas antara air dan fluida nano ZrO<sub>2</sub> berbeda, lapisan batas fluida nano ZrO<sub>2</sub> lebih tebal daripada fluida konvensional (air). Hal ini menunjukkan bahwa fluida nano ZrO<sub>2</sub> sedikit lebih baik dibandingkan dengan fluida air, tetapi tidak cukup signifikan. Jadi antara fluida air dan fluida nano ZrO<sub>2</sub> yang digunakan kemampuan pendinginannya dapat dikatakan sama.

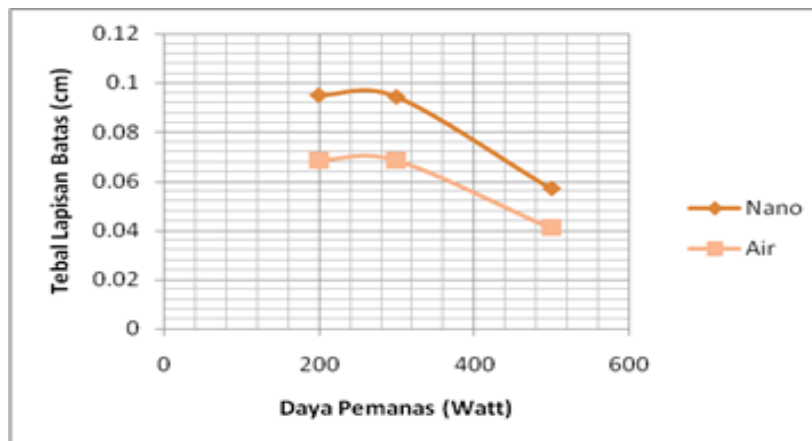
Kurva untuk beberapa variasi daya sebagai fungsi dari jarak pemanas dapat dilihat pada Gambar 5. Di sini terlihat bahwa apabila daya dinaikkan maka tebal lapisan batas di tiga titik termokopel akan turun. Hal ini disebabkan karena semakin tinggi daya maka temperaturnya akan menyebar sehingga tidak ada degradasi temperatur. Kenaikan daya akan menurunkan tebal lapisan batas baik untuk fluida air maupun fluida nano ZrO<sub>2</sub>.

Dari kurva kecepatan fluida sebagai fungsi jarak pada Gambar 6 menunjukkan bahwa kecepatan air lebih tinggi daripada kecepatan fluida nano karena rapat massa air lebih rendah. Hal ini terjadi karena pada proses konveksi alamiah, mekanisme perpindahan panas yang terjadi dimulai dengan konduksi, kemudian terjadi perubahan rapat massa fluida, yang mengakibatkan fluida yang rapat massanya rendah akan naik ke atas dan yang tinggi akan turun ke bawah dan

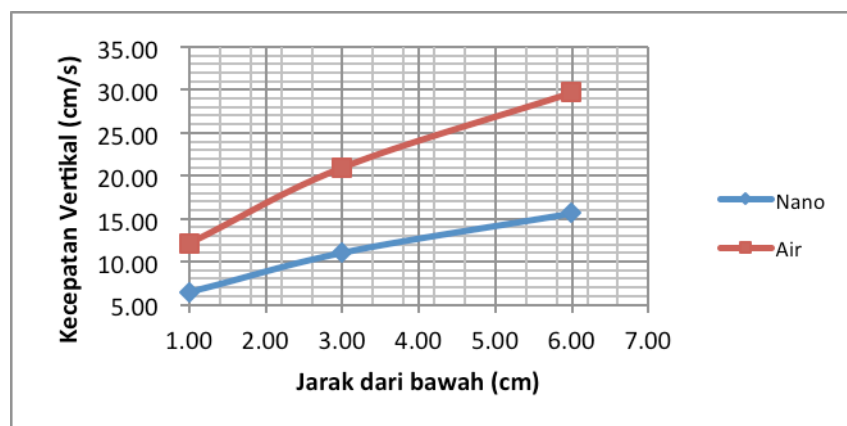
fluida akan bergerak sambil mengangkut energi dalam bentuk panas. Dengan demikian fluida nano yang mempunyai rapat massa lebih tinggi dari air, karena adanya partikel nano akan lebih lamban gerakannya dibandingkan dengan air. Jadi fluida nano akan lebih konduksi dibandingkan air tetapi air akan lebih konveksi dibandingkan fluida nano.



Gambar 4. Tebal lapisan batas vs Jarak vertikal



Gambar 5. Tebal lapisan batas vs Daya pemanas



Gambar 6. Kecepatan vs jarak vertikal

Dalam penelitian ini baik penentuan kecepatan aliran fluida maupun tebal lapisan batas akan sangat tergantung pada hasil pengukuran temperatur (persamaan 4 dan 5). Pengukuran temperatur sangat ditentukan oleh sensitivitas alat ukur temperatur, dalam hal ini termokopel, sehingga untuk mendapatkan data pengukuran yang bisa dipercaya perlu pemasangan termokopel yang lebih kecil sehingga pada saat pengukuran tidak mengganggu aliran.

Jarak vertikal dari tepi depan pemanas ( $x$ ) sangat besar pengaruhnya pada penentuan kecepatan aliran fluida dan tebal lapisan batas (persamaan 4 dan 5), sehingga perlu ketepatan letak posisi termokopel, rijid (tidak mudah berubah) agar pengukuran lebih akurat.

## KESIMPULAN

Unjuk kerja fluida nano  $ZrO_2$  sebagai pendingin permukaan pemanas tidak lebih baik dari fluida konvensional (air) jika digunakan sebagai fluida pendingin atau dengan kata lain karakteristik termohidrolik fluida nano  $ZrO_2$  sama dengan fluida air. Hal ini dapat terlihat dari tebal lapisan batasnya. Kenaikan daya akan menurunkan tebal lapisan batas baik untuk fluida air maupun fluida nano  $ZrO_2$ . Agar unjuk kerja pendinginan fluida nano  $ZrO_2$  jauh lebih baik dari fluida konvensional (air), maka perlu penambahan konsentrasi partikel  $ZrO_2$ , sehingga kerapatannya menjadi lebih tinggi dan lebih mudah untuk memindahkan panas. Selain itu perlu dilakukan pula eksperimen untuk daya yang tinggi, tetapi harus dijaga jangan sampai terjadi perpindahan panas dua fasa, karena mekanisme perpindahan panas dua fasa akan berbeda dengan mekanisme perpindahan panas satu fasa.

## UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis mengucapkan terimakasih kepada bapak Dani Gustaman Syarif yang telah membantu memberi fluida nano  $ZrO_2$  untuk digunakan dalam penelitian.

## DAFTAR PUSTAKA

1. Kakaç, S. & Pramuanjaroenkij. A. Review of convective heat transfer enhancement with nanofluids. *International Journal Heat Mass Transfer* 2009; 52 : 3187–3196.
2. Wong, K. V. & De Leon, O. Applications of nanofluids: current and future. *Adv. Mech. Eng.* 2010 : 1-11.
3. Mastaneh Hajipour, Asghar Molaei Dehkordi. Analysis of nanofluid heat transfer in parallel-plate vertical channels partially filled with porous medium, *International Journal of Thermal Sciences* 2012; 55 : 103 – 113.
4. Bhattacharyya, K. Boundary layer flow and heat transfer over an exponentially shrinking sheet. *Chin. Phys. Lett.* 2011; 28 : 1 – 4.
5. Buongiorno, J. *Convective transport in nanofluids*. *ASME J. Heat Transfer* 2006; 128 : 240 - 250 .
6. Aziz A. A similarity solution for laminar thermal boundary layer flow over a flat plate with a convective surface boundary condition. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 2009; 14 : 1064.
7. Ishak A. Similarity solutions for flow and heat transfer over a permeable surface with convective boundary conditions. *Applied Mathematics and Computation*. 2010; 217: 837
8. Gebhart B, Pera L. The nature of vertical natural convection flows resulting from the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 1971; 14 : 2025.
9. Khairy Zaimi, Anuar Ishak, Ioan Pop. Boundary layer flow and heat transfer over a nonlinearly permeable stretching/shrinking sheet in a nano fluid *Scientific Reports*4. 2014.
10. Asim Aziz, Yasir Ali, Taha Aziz and J. I. Siddique. Heat Transfer Analysis for Stationary Boundary Layer Slip Flow of a Power-Law Fluid in a Darcy Porous Medium with Plate Suction/Injection. Published online 2015 Sep 25.
11. J.P. Holman: *Heat Transfer*, tenth edition. Published by Mc. Graw-hill Incorporation 1221, Chapter 5 Principles of Convection Heat Transfer; 2010 : 1-15.
12. F. Kreith. *The CRC Handbook of Thermal Engineering*, Chapter 9 Principles of Convection Heat Transfer; 2000 : 1-19.