

## PEMODELAN SYSTEM TANGKI AIR MENGGUNAKAN TEHNIK IDENTIFIKASI SISTEM NONLINEAR ARX

Arjoni Amir  
Pusat Rekayasa Perangkat Nuklir-BATAN

### ABSTRAK

PEMODELAN SISTEM TANGKI AIR MENGGUNAKAN TEHNIK IDENTIFIKASI SISTEM NONLINEAR ARX. Telah dilakukan pemodelan dua tangki air yang dihubungkan secara seri vertical menggunakan tehnik identifikasi system nonlinear ARX (Auto Regressive external input). Sistem dinamik yang terjadi ditinjau dari perubahan tegangan listrik dari pompa air sebagai parameter input dan level air dalam tangki kedua sebagai parameter output. Hubungan kedua parameter ini adalah SISO (Single Input Single Output) dan nonlinear. Sistem dinamika antara kedua parameter ini dinyatakan dalam rekaman pasangan data input-output. Untuk menentukan struktur model sistem tangki (plant) maka dilakukan identifikasi sistem menggunakan struktur model nonlinear ARX. Kombinasi parameter input  $n_b$ , parameter output  $n_a$ , waktu delay  $n_k$  dan pemakaian memakai estimator nonlinearity Wavelet dengan jumlah blok nonlinear tertentu akan menghasilkan beberapa struktur model nonlinear ARX yang akurat. Struktur model nonlinear yang akurat diindikasikan dengan nilai Loss Function (LF) yang kecil, kriteria Final Prediction Error dan nilai Best Fit yaitu  $n_a=6$ ,  $n_b=4$ ,  $n_k=2$  dan jumlah blok nonlinear 10.

Kata kunci : identifikasi, nonlinear, ARX (Auto Regressive external input)

### ABSTRACT

A WATER TANK MODELING SYSTEM USING NONLINEAR ARX SYSTEM IDENTIFICATION TECHNIQUE. It has been modeled two water tanks connected in serial-vertical using nonlinear ARX system identification technique. The dynamic system happened to be evaluated from the voltage change of water pump as input parameter and the second tank as output parameter. Relationship of these parameters are SISO (Single Input, single Output) and nonlinear. Dynamic system between these parameters is expressed in a record of couple of data input-output. Combination of input parameter  $n_b$ , output parameter  $n_a$ , delay time  $n_k$ , and application of estimator nonlinearity Wavelet with certain nonlinear number of block will yield some nonlinear ARX structure model accurately. An accurate nonlinear ARX structure model is indicated by value of Loss Function (small), criterion of Final Prediction Error, assess Best Fit that is  $n_a=6$ ,  $n_b=4$ ,  $n_k=2$ , and a sum of nonlinear block, 10.

Keyword: identification, nonlinear, ARX (Auto Regressive external input).

### LATAR BELAKANG

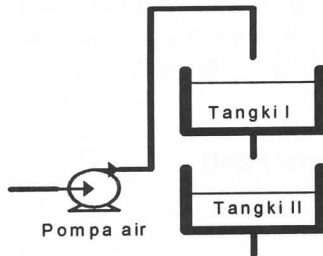
Tehnik identifikasi sistem menjadi langkah awal mengestimasi model dinamik sebuah objek kontrol (plant) [1,2]. Objek kontrol dalam tulisan ini adalah tangki air yang dianggap sebagai sistem *blackbox* dengan satu data masukan dan satu data keluaran. Model yang akan diestimasi adalah model berdasarkan rekaman pasangan data

masukan - keluaran tersebut. Pasangan data masukan - keluaran tersebut mewakili sifat - sifat dinamik objek kontrol (plant). Struktur model yang akan dipakai adalah struktur nonlinear ARX (Auto).

### PENDAHULUAN

Aliran air dalam pipa didorong oleh sebuah alat pompa air, dimana pompa

air ini dioperasikan dengan sumber tegangan listrik. Tangki pertama menampung air tersebut yang keluar dari pipa, kemudian air dalam tangki ini keluar melalui pipa kecil yang vertikal terletak ditengah-tengah dasar tangki ini. Tangki kedua menampung air yang keluar dari tangki pertama diatas, air dalam tangki kedua ini juga dikeluarkan melalui pipa kecil yang terletak ditengah-tengah dasar tangki kedua ini, Gambar 1. Sistem aliran air ini mewakili sebuah plant, dimana model plant tersebut dilihat antara tegangan listrik pompa air (sebagai input) dan level air pada tangki kedua (sebagai output). Model plant adalah SISO (Single Input Single Output).



Gambar 1.  
Sistem tangki air

## TEORI

Pekerjaan identifikasi sistem adalah menemukan hubungan sekumpulan data variabel dependent dan variabel independent yang dinyatakan dalam bentuk persamaan sebagai berikut,

$$y(t) = \phi^T(t)\theta + e(t) \quad (1)$$

dimana,

$$\begin{aligned} \phi^T(t) &= \text{vektor regressor} \\ &= (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \text{vektor parameter} \\ &= (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)^T \end{aligned}$$

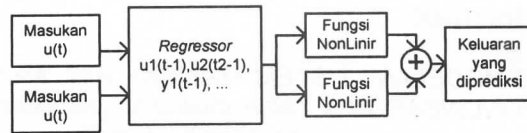
$$e(t) = \text{prediction error}$$

Biasanya variabel independent disebut juga vektor regressor sedangkan

variabel dependent disebut juga response y.

## 1. Model Nonlinear ARX

Sistim dinamik model nonlinear ARX ditunjukkan oleh Gambar 2.



Gambar. 2

Model struktur nonlinear ARX, blok fungsi nonlinear dan fungsi linear dihubungkan paralel.

Model struktur nonlinear terdiri dari blok fungsi nonlinear dan blok fungsi linear. Kedua blok ini dihubungkan paralel dengan input  $u(t)$  dan prediksi output  $\hat{y}(t)$ , dengan persamaan umum sebagai berikut [1],

$$\hat{y}(t) = F\{x(t)\} \quad (2)$$

dimana,

$$x(t) = \text{regressor}$$

F = fungsi regresi nonlinear yang bisa didekati dengan estimator non linearity.

Fungsi F mencakup kedua blok fungsi linear dan fungsi nonlinear seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 2. Lebih lanjut fungsi F dapat diuraikan menjadi persamaan sebagai berikut,

$$F(x) = \sum_{k=1}^d \alpha_k \kappa\{\beta_k(x - \gamma_k)\} \quad (3)$$

dimana,

$$\begin{aligned} \kappa &= \text{unit fungsi nonlinear} \\ d &= \text{jumlah unit nonlinearity} \end{aligned}$$

$$\alpha_k, \beta_k, \gamma_k = \text{parameter estimator Nonlinearity}$$

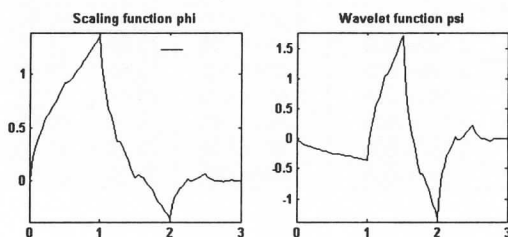
## 2. Regressor, Orde Model dan Delay

Sinyal masukan  $u(t)$  yang lalu dan sinyal keluaran  $y(t)$  yang lalu merupakan sinyal parameter regressor standar yang

dihitung secara otomatis sebagai transformasi delay untuk orde model yang ditentukan. Orde model harus ditentukan terlebih dahulu kemudian baru dilakukan perhitungan pendekatan untuk menentukan regressor standar. Regressor standar terdiri atas  $n_a$  adalah jumlah sinyal keluaran yang lalu untuk memprediksi sinyal keluaran sekarang,  $n_b$  adalah jumlah sinyal masukan yang lalu untuk memprediksi sinyal keluaran sekarang dan  $n_k$  adalah waktu delay dari sinyal masukan ke sinyal keluaran dalam satuan jumlah sampel.

### 3. Estimator Nonlinearity Untuk Model Nonlinear ARX

Estimator nonlinearity terdiri dari bentuk kurva Sigmoid Network (SN), Tree Partition (TP), Wavelet network (WN), Constant Network (CN) dan Neural Network (NN). Wavelet Network (WN) diberikan oleh Gambar 3 sebagai berikut,



Gambar 3.  
Bentuk kurva wavelet network

### 4. Loss Function (LF)

Loss function didefinisikan dengan persamaan sebagai berikut [1,3],

$$V = \det\left(\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t, \theta_N) (\varepsilon(t, \theta_N))^T\right) \quad (4)$$

Nilai LF berfungsi sebagai indikator untuk mengestimasi model. Akurasi model ditunjukkan oleh nilai LF terkecil.

### 5. Kriteria Final Prediction Error (FPE)

FPE didefinisikan dengan persamaan sebagai berikut [1,3],

$$FPE = V \left( \frac{1+d/N}{1+d/N} \right) \quad (5)$$

dimana,

$V$  = loss function

$D$  = jumlah parameter yang diestimasi

$N$  = jumlah data estimasi

Model yang akurat mempunyai nilai FPE yang paling kecil.

### 6. Best Fit

Best Fit (%) didefinisikan dengan persamaan sebagai berikut [1,3],

$$\text{Best Fit} = \left( 1 - \frac{|y - \hat{y}|}{|y - \bar{y}|} \right) \times 100 \% \quad (6)$$

dimana,

$y$  = keluaran yang diukur

$\hat{y}$  = model prediksi keluaran

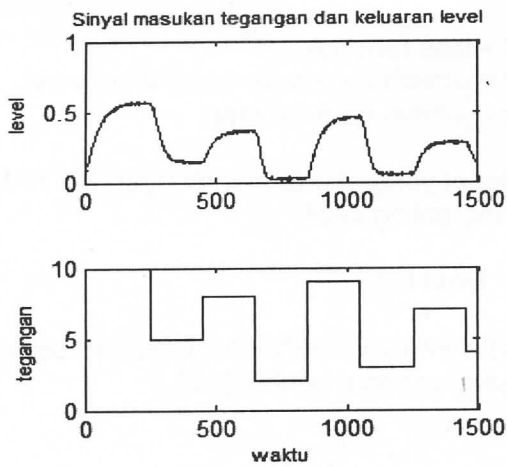
$\bar{y}$  = keluaran rata-rata

Best Fit (%) untuk kurva model keluaran diperoleh dari perbandingan antara kurva model keluaran dengan keluaran data validasi, sedangkan Fit (%) dihitung menggunakan pasangan data estimasi.

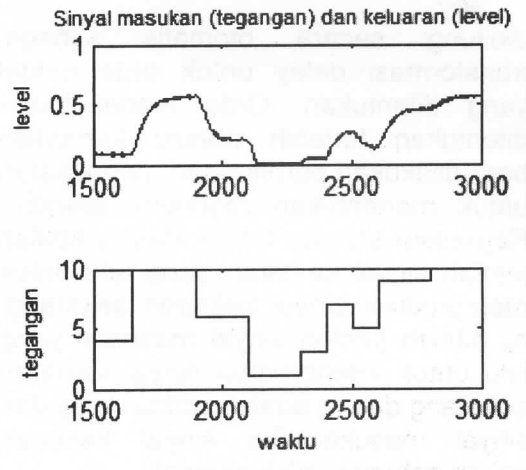
### DATA DAN PEMBAHASAN

Pasangan data masukan-keluaran yang digunakan terdiri dari 3000 pasangan data. Pasangan data dari 0 sampai dengan data ke 1500 dipakai untuk mengestimasi parameter, sedangkan pasangan data dari 1501 sampai dengan data ke 3000 dipakai untuk proses validasi. sebagai mana terlihat pada Gambar 4 dan Gambar 5. Hasil simulasi diberikan oleh Tabel 1. Orde model ditentukan dengan memberikan nilai regressor standar  $n_a$ ,  $n_b$  dan  $n_{nk}$ . Regressor standar  $n_a$  menunjukkan jumlah keluaran yang lalu untuk memprediksi keluaran sekarang,  $n_b$  menunjukkan jumlah masukan yang lalu untuk memprediksi keluaran sekarang

sedangkan untuk  $n_k$  menunjukkan waktu delay dari masukan ke keluaran dalam batasan jumlah sampel.



Gambar 4. Pasangan data masukan-keluaran



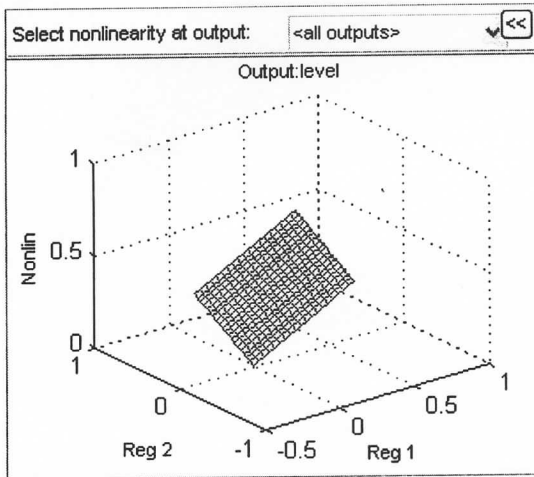
Gambar 5. Pasangan data masukan-keluaran untuk validasi

Tabel 1. Hasil dari simulasi

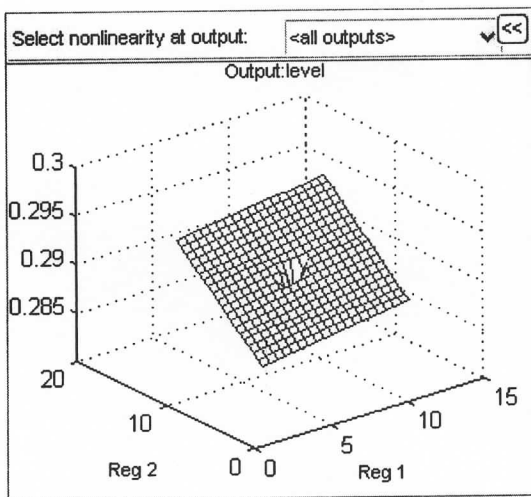
Orde Model			Estimator nonlinearity	Jumlah blok nonlinear	Loss Function	FPE	Fit %	Best Fit %
$n_a$	$n_b$	$n_k$						
6	4	2	wavelet	14	3.286e-005	4.181e-005	81.12	90.50
6	4	2	wavelet	12	3.304e-005	4.069e-005	80.45	90.60
6	4	2	wavelet	10	3.340e-005	3.982e-005	79.88	91.16
6	4	2	wavelet	8	3.348e-005	3.864e-005	79.45	89.89
6	4	2	wavelet	automatic	3.383e-005	3.661e-005	80.87	86.41
6	4	3	wavelet	8	3.345e-005	3.861e-005	85.38	89.96
6	4	3	wavelet	6	3.355e-005	3.861e-005	85.38	88.33
6	4	3	wavelet	5	3.361e-005	3.696e-005	85.36	87.83

Tabel 2. Hubungan linear (L) dan nonlinear (NL) antara regressor tegangan dan regressor level air dalam tangki dengan jumlah blok nonlinear 10 dan Best Fit 91.16 %

Regressor	Level air, m						Tegangan, V			
	Level (t-1)	Level (t-2)	Level (t-3)	Level (t-4)	Level (t-5)	Level (t-6)	Tegangan (t-2)	Tegangan (t-3)	Tegangan (t-4)	Tegangan (t-5)
Level(t-1)	-	L	L	L	L	L	L	L	L	L
Level(t-2)	L	-	L	L	L	L	L	L	L	L
Level(t-3)	L	L	-	L	L	L	L	L	L	L
Level(t-4)	L	L	L	-	L	L	L	L	L	L
Level(t-5)	L	L	L	L	-	L	L	L	L	L
Level(t-6)	L	L	L	L	L	-	L	L	L	L
Tegangan (t-2)	L	L	L	L	L	L	-	NL	NL	NL
Tegangan (t-3)	L	L	L	L	L	L	NL	-	NL	NL
Tegangan (t-4)	L	L	L	L	L	L	NL	NL	-	NL
Tegangan (t-5)	L	L	L	L	L	L	NL	NL	NL	-

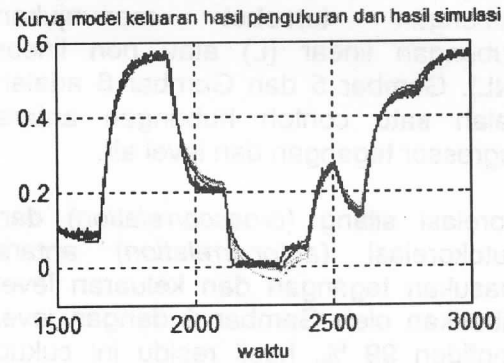


Gambar 6.  
Hubungan linear antara regressor level(t-1) dengan level(t-2)

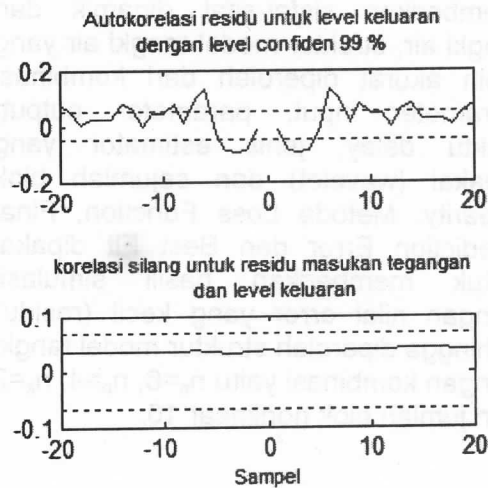


Gambar 7.  
Hubungan nonlinear antara regressor tegangan(t-2) dengan tegangan(t-3)

Tabel 1 memberikan informasi secara ringkas hasil simulasi. Struktur model dipilih nonlinear ARX dengan orde model yang dikombinasikan. Kombinasi orde model yang memberikan hasil yang baik adalah kombinasi  $[n_a=6, n_b=4, n_k=3]$  dan kombinasi  $[n_a=4, n_b=4, n_k=2]$ . Model nonlinearity dipakai model fungsi wavelet dengan jumlah blok nonlinear bervariasi dari jumlah 14 sampai ke jumlah yang lebih kecil yaitu 5. Hasil estimasi diberikan oleh kurva Gambar 8, nilai Fit (%), FPE, Loss Function dan Best Fit (%).



Gambar 8.  
Kurva model keluaran hasil pengukuran dan hasil simulasi



Gambar 9.  
Kurva autokorelasi dan crosskorelasi residu

Nilai Best Fit (%) terbesar diberikan oleh model  $[n_a=6, n_b=4, n_k=2]$  yaitu 91.16 % dengan bentuk persamaan nonlinear autoregressive sebagai berikut,

$$\text{tegangan}(t) = f\{\text{tegangan}(t-2), \text{tegangan}(t-3), \text{tegangan}(t-4), \text{tegangan}(t-5), \text{leve}(t-1), \text{leve}(t-2), \text{leve}(t-3), \text{leve}(t-4), \text{leve}(t-5), \text{leve}(t-6)\} \quad (7)$$

Tabel 2 memberikan informasi hubungan antara regressor tegangan dengan delay time (t-2) sampai dengan

(t-5) dan regressor level air dengan delay time (t-1) sampai (t-6) dimana hubungan tersebut menunjukkan hubungan linear (L) atau non linear (NL). Gambar 5 dan Gambar 6 adalah salah satu contoh hubungan antara regressor tegangan dan level air.

Korelasi silang (*crosscorrelation*) dan autokorelasi (*autocorrelation*) antara masukan tegangan dan keluaran level diberikan oleh Gambar 9 dengan level konfiden 99 %, hasil residu ini cukup baik.

## KESIMPULAN

Rekaman pasangan data input-output memberikan sifat-sifat dinamik dari tangki air, struktur model tangki air yang lebih akurat diperoleh dari kombinasi parameter input, parameter output, waktu delay, jenis estimator yang dipakai (wavelet) dan sejumlah blok linearity. Metoda Loss Function, Final Prediction Error dan Best Fit dipakai untuk memberikan hasil simulasi dengan nilai error yang kecil (residu) sehingga diperoleh struktur model tangki dengan kombinasi yaitu  $n_a=6$ ,  $n_b=4$ ,  $n_k=2$  dan jumlah blok nonlinear 10.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1]. LJUNG, LENNART. 1987. "System Identification, Theory for the User". Prentice Hall, Inc. USA.
- [2]. JOHNSON, ROLF. 1993. "System Modeling And Identification". Prentice Hall, Inc., USA.
- [3]. LJUNG, LENNART. 2007. *System Identification Toolbox 7 User Guide*. Mathworks, USA.