

**PERHITUNGAN KARAKTERISTIK PELURUHAN BETA  
PADA INTI TERDEFORMASI DENGAN HAMPIRAN QRPA PROTON-NEUTRON  
MATRIKS-PENUH SECARA SWAKONSISTEN**

**Raden Oktova**

Program Magister Pendidikan Fisika, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta  
Kampus II, Jl.Pramuka 42, Yogyakarta 55161  
E-mail: oktova@uad.ac.id

**ABSTRAK**

**PERHITUNGAN KARAKTERISTIK PELURUHAN BETA PADA INTI TERDEFORMASI DENGAN HAMPIRAN QRPA PROTON-NEUTRON MATRIKS-PENUH SECARA SWAKONSISTEN.** Metode HFB+QRPA proton-neutron swakonsisten matriks-penuh yang dirintis penulis (2001) sebetulnya merupakan hampiran yang sejauh ini paling konsisten dan paling umum untuk menghitung karakteristik peluruhan beta inti atom terdeformasi, namun metode ini belum memberikan ketelitian yang memuaskan. Untuk perbaikan ketelitian hasil perhitungan, pada penelitian ini dicari parametrisasi terbaik gaya pasangan partikel-sejenis p-p berbentuk gaya konstan berjangkauan nol pada perhitungan keadaan dasar HFB. Penelitian ini dibatasi pada peluruhan beta jenis Gamow-Teller dari inti induk genap-genap menggunakan sembilan nuklida sebagai sampel dengan nomor massa  $A = 92 - 190$ . Disimpulkan bahwa parameter celah Lipkin-Nogami merupakan acuan yang lebih sesuai untuk menentukan parameter kekuatan gaya pasangan partikel-sejenis p-p pada perhitungan keadaan dasar. Penelitian ini juga menunjukkan adanya kebergantungan parameter-parameter kekuatan gaya pasangan tersebut pada nomor massa dan isospin.

**Kata kunci:** peluruhan beta pada inti atom, QRPA proton-neutron swakonsisten, parameter celah pasangan

**ABSTRACT**

**CALCULATION OF BETA DECAY CHARACTERISTICS IN DEFORMED NUCLEI USING THE SELF-CONSISTENT FULL-MATRIX PROTON-NEUTRON QRPA.** The self-consistent full-matrix HFB+proton-neutron QRPA developed for the first time by the author (2001) is actually by far the most consistent and most general approach for the calculation of beta decay in deformed nuclei. It suffers, however, from lack of accuracy. This study is aimed at improving the accuracy by searching for the best parametrization of the like-particle p-p pairing force in the form of a zero-range constant force in the HFB ground state calculation. This study is restricted to the Gamow-Teller beta decay from even-even parent nuclei, with nine sample nuclides of mass numbers  $A = 92 - 190$ . It is concluded that the Lipkin-Nogami gap parameter is the more appropriate reference for the determination of the like-particle p-p pairing force parameters in the ground state calculation. This study also shows a dependence

of the pairing force parameters on mass number and isospin.  
**Key words:** nuclear beta decay, self-consistent proton-neutron QRPA, pairing gap parameter

## II. DASAR TEORI

Fungsional kerapatan tenaga Fayans dapat dinyatakan sebagai fungsi kerapatan partikel normal,  $\rho$  dan kerapatan partikel anomali,  $(\nu, \nu^+)$ , sehingga tenaga total dapat dituliskan sebagai

$$E[\rho, \nu, \nu^+] = \int d^3r \{ \varepsilon_{\text{kin}} + \varepsilon_{\text{vol}} + \varepsilon_{\text{sur}} + \varepsilon_{\text{coul}} + \varepsilon_{\text{so}} + \varepsilon_{\text{pair}} \}, \quad (1)$$

dengan suku-suku dalam integran berturut-turut adalah kerapatan tenaga kinetik, volume, permukaan, Coulomb, spin-orbit, dan pasangan. Jumlah semua suku kecuali  $\varepsilon_{\text{kin}}$  disebut kerapatan tenaga interaksi. Fungsional kerapatan tenaga Fayans mengandung parameter-parameter Fermi, jumlah dan selisih antara kerapatan proton dan neutron, serta fungsi-fungsinya.

### Metode HFB + QRPA proton-neutron

Metode HFB+QRPA proton-neutron untuk transisi pertukaran muatan secara garis besar terdiri atas dua langkah, yaitu perhitungan keadaan dasar dan perhitungan keadaan inti anak. Pada perhitungan keadaan dasar inti induk, himpunan keadaan partikel-tunggal dan keadaan kuasipartikel diperoleh dengan menyelesaikan persamaan Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB),

$$\begin{pmatrix} h & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_k \\ V_k \end{pmatrix} = E_k \begin{pmatrix} U_k \\ V_k \end{pmatrix}, \quad (2)$$

dengan  $h = \varepsilon + \Gamma - \lambda$ ,  $\varepsilon$  dan  $\lambda$  berturut-turut tenaga partikel-tunggal dan potensial kimia (tenaga Fermi). Potensial partikel-tunggal  $\Gamma$  dan  $\Delta$  berturut-turut disebut potensial pasangan normal (potensial Hartree-Fock) dan potensial pasangan anomal (potensial tensor), dan  $E_k$  adalah tenaga kuasipartikel HFB. Dalam penelitian ini digunakan gaya p-p partikel-sejenis konstan berjangkau nol,

$$F_{p-p}^{\text{p/n}} = -C_0 f_{p/n} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad (3)$$

dengan  $C_0$  adalah konstanta gaya,  $f_p$  dan  $f_n$  berturut-turut parameter kekuatan gaya pasangan p-p proton-proton dan parameter kekuatan gaya pasangan p-p neutron-neutron (semuanya bernilai positif). Hal ini mengingatkan bahwa berbagai bentuk gaya yang pernah dicoba tidak banyak berpengaruh terhadap hasil perhitungan keadaan dasar [6].

Peluruhan beta jenis Gamow-Teller adalah peluruhan beta yang diperbolehkan

interaksi dalam fungsional kerapatan-tenaga Fayans (1) terhadap kerapatan partikel normal,  $\rho$ , sedangkan suku kedua yang tidak swakonsisten diperlukan mengingat nilai harapan pada perhitungan keadaan dasar inti sama dengan nol. Pada saluran p-p, dapat digunakan gaya pasangan proton-neutron konstan berjangkau nol

$$F_{p-p} = -C_0 f_{p-p} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad (9)$$

dengan  $f_{p-p}$  adalah parameter kekuatan gaya p-p proton-neutron. Untuk eksitasi keadaan dasar, dari diagonalisasi matriks QRPA proton-neutron diperoleh tenaga-tenaga eksitasi  $\omega(i)$  dan amplitudo-amplitudo transisi Gamow-Teller. Nilai tenaga peluruhan  $Q_\beta(i)$  dihitung secara swakonsisten dari

$$Q_\beta(i) = \lambda_n - \lambda_p + \Delta m_{nH} - m_e - \omega(i), \quad (10)$$

dengan  $\Delta m_{nH} = 0,782$  MeV, dan secara energetik hanya nilai positif yang dapat diambil. Metode perhitungan di atas berlaku khusus untuk inti-inti induk genap-genap.

### Model Pasangan BCS, Lipkin-Nogami dan HFB

Dalam hubungan dengan perhitungan keadaan dasar inti, model pasangan BCS, Lipkin-Nogami dan HFB berkaitan erat satu sama lain [12,13]. Karena kesederhanaannya, model BCS banyak digunakan dalam kebanyakan perhitungan struktur inti. Namun demikian, model BCS mempunyai kekurangan, yaitu untuk selang-selang besar aras-aras partikel-tunggal pada aras Fermi tidak terdapat penyelesaian nontrivial. Dengan memperhitungkan efek-efek yang terkait dengan fluktuasi cacah partikel, model Lipkin-Nogami dapat memperbaiki model BCS dan menghindari "collapse" semacam itu. Dalam model BCS, selisih massa ganjil-genap yang dikenal secara eksperimental [15] sebagai akibat efek pasangan

$$M_{(A \text{ gasal})} > \frac{M_{A-1} + M_{A+1}}{2} \quad (11)$$

dianggap terkait dengan parameter celah pasangan  $\Delta$  dalam persamaan-persamaan BCS. Dalam model pasangan Lipkin-Nogami, besaran yang dikaitkan dengan selisih massa ganjil-genap adalah  $\Delta + \lambda_2$ , dengan  $\lambda_2$  adalah konstanta fluktuasi cacah partikel. Untuk mudahnya, parameter celah pasangan  $\Delta$  dalam model Lipkin-Nogami, yang lebih dulu dikenal dalam teori BCS, akan disebut parameter celah pasangan BCS, sedangkan

$$\Delta_{LN} = \Delta + \lambda_2 \quad (12)$$

akan disebut parameter celah pasangan Lipkin-Nogami. Namun demikian harus

#### IV. HASIL PERHITUNGAN DAN PEMBAHASAN

Parameter-parameter kekuatan gaya pasangan p-p,  $f_p$  dan  $f_n$  yang diperlukan pada perhitungan keadaan dasar HFB swakonsisten dengan menggunakan gaya pasangan sederhana (persamaan 6) berdasarkan fungsional kerapatan-tenaga Fayans telah diteliti untuk isotop-isotop Pb oleh Kroemer dkk. [6] dengan menggunakan nilai parameter-parameter kekuatan gaya pasangan p-p yang sama untuk proton dan neutron; dan nilai terbaik yang diperoleh adalah  $f_p = f_n = 0,65$ . Sebagaimana terlihat pada Tabel 1, nilai-nilai parameter  $f_p$  dan  $f_n$  semuanya mendekati nilai 0,7. Dengan  $\Delta_{LN}$  sebagai acuan, nilai rata-rata  $f_p$  dan  $f_n$  berturut-turut sama dengan 0,732 dan 0,679. Dengan  $\Delta$  sebagai acuan, nilai rata-rata tersebut adalah 0,690 dan 0,651, sedikit lebih kecil dari nilai rata-rata dengan menggunakan  $\Delta_{LN}$  sebagai acuan. Adanya variasi yang cukup besar  $f_p$  dan  $f_n$  menunjukkan bahwa  $f_p$  dan  $f_n$  boleh jadi mempunyai kebergantungan pada nomor massa, sebagaimana diramalkan sebelumnya. Adanya kebergantungan sistematis ini terutama tampak ketika  $\Delta_{LN}$  digunakan sebagai acuan untuk proton, dan  $f_p$  bertambah dengan nomor massa. Kecuali untuk  $^{92}_{38}\text{Sr}$ , nilai-nilai  $f_p$  secara umum lebih besar dari  $f_n$ , yang menunjukkan bahwa gaya pasangan p-p proton-proton sedikit lebih kuat, dengan kata lain celah pasangan yang lebih besar, daripada gaya pasangan p-p neutron-neutron. Hasil ini konsisten dengan temuan sebelumnya [3]. Namun demikian kita harus berhati-hati dalam menarik kesimpulan ini, sebab untuk cacah nuklida kecil yang dikaji, selisih ini tidak signifikan akibat deviasi sistematis.

dasar, bahwa selisih nilai rata-rata  $f_p$  (dan  $f_n$ ) dari kedua prosedur tidak begitu jelas karena terdapat deviasi standard yang besar. Namun demikian ternyata pemilihan nilai  $f_p$  dan  $f_n$  sangat mempengaruhi hasil perhitungan umur paro, sebagaimana dapat dilihat dari Gambar 1. Kurva eksperimental ditunjukkan sebagai garis lurus yang bersesuaian dengan  $y = 1$ .

Tabel 2. Hasil perhitungan umur paro

Nuklida	$T_{exp}$ (s)	$\Delta_{LN}$ sebagai acuan		$\Delta$ sebagai acuan	
		$T_{calc}$ (s)	$y$	$T_{calc}$ (s)	$y$
$^{92}_{38}\text{Sr}$	170,1	256,92	1,510	102,84*	1,654
$^{98}_{40}\text{Zr}$	30,7	6,57	4,672	11,18	2,74
$^{100}_{40}\text{Zr}$	7,1	5,38	1,320	6,03	1,177
$^{108}_{44}\text{Ru}$	273,0	371,58	1,361	84,81	3,219
$^{111}_{44}\text{Ru}$	14,6	5,77	2,530	6,57	2,222
$^{122}_{48}\text{Cd}$	5,28	4,08	1,294	33,98	6,436
$^{152}_{60}\text{Nd}$	696	210,11	3,313	110,86	6,278
$^{178}_{70}\text{Yb}$	4440	1341,27	3,310	185,98	23,658
$^{190}_{74}\text{W}$	1800	2045	1,136	691,44	2,603

Nisbah umur paro akhir yang diperoleh dari kedua prosedur menunjukkan perbedaan yang besar jika seluruh nuklida diperhatikan. Jika dibandingkan dengan nilai-nilai eksperimental, perhitungan umur paro memberikan nilai rata-rata nisbah umur paro  $2,27 \pm 0,44$  dengan prosedur pertama, dan  $5,6 \pm 2,5$  dengan prosedur kedua jika semua nuklida diperhatikan. Hal ini menunjukkan keunggulan prosedur pertama dengan menggunakan parameter celah Lipkin-Nogami  $\Delta_{LN}$  sebagai acuan. Hasil ini sedikit lebih baik dari nilai sebelumnya  $y = 2,3 \pm 0,5$  [11] namun masih sedikit kurang teliti dibandingkan nilai terbaik  $y = 1,67$  yang diperoleh Staudt dkk. dengan gaya Gamow-Teller separabel [10].

Tabel 3. Hasil perhitungan tenaga peluruhan maksimum,  $Q_\beta$

Nuklida	Eksp. $Q_\beta$ (MeV)	$\Delta_{LN}$ sebagai acuan		$\Delta$ sebagai acuan	
		$Q_\beta$ (MeV)	Ralat relatif (%)	$Q_\beta$ (MeV)	Ralat relatif (%)
$^{92}_{38}\text{Sr}$	1,929	1,56	19,1	1,90	1,5
$^{98}_{40}\text{Zr}$	2,25	3,10	37,8	2,85	26,7
$^{100}_{40}\text{Zr}$	3,335	3,57	7,0	3,89	16,6
$^{108}_{44}\text{Ru}$	1,361	2,00	47,0	2,28	67,5
$^{111}_{44}\text{Ru}$	2,81	3,21	14,2	3,53	25,6
$^{122}_{48}\text{Cd}$	3,00	3,26	8,7	3,62	20,7
$^{152}_{60}\text{Nd}$	1,12	1,37	22,3	1,67	49,1
$^{178}_{70}\text{Yb}$	0,64	0,64	0,0	1,03	60,9
$^{190}_{74}\text{W}$	1,27	1,16	8,7	1,56	22,8

Berdasarkan regresi kuadrat terkecil terhadap data hasil penentuan parameter-parameter kekuatan gaya pasangan p-p,  $f_p$  dan  $f_n$  pada perhitungan keadaan dasar (Tabel 3), diperoleh suatu ungkapan kuadrat

$$f_p \times A = 1365.7 - 14535x_- + 40638x_-^2$$

sebagai hampiran untuk proton, dan

$$f_n \times A = 1508.7 - 15516x_- + 41767x_-^2$$

untuk neutron. Hasil untuk proton dan neutron tidak terlalu berbeda (lihat Gambar 3). Oleh karena itu juga dicoba hampiran regresi untuk data gabungan, dan hasilnya adalah

$$f_n \times A = f_p \times A = 1437.2 - 15025x_- + 41203x_-^2.$$

kebergantungan parameter-parameter kekuatan gaya pasangan p-p tersebut pada nomor massa dan isospin.

Langkah selanjutnya adalah menguji parametrisasi baru gaya pasangan p-p pada perhitungan keadaan dasar yang diperoleh dengan cacah nuklida yang lebih banyak. Untuk mewujudkan prosedur umum yang praktis dalam perhitungan umur paro secara massal,  $\log f$  yang sejauh ini harus diperoleh dengan interpolasi data nuklida demi nuklida perlu dinyatakan sebagai fungsi sederhana tenaga peluruhan dan nomor atom.

## VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Penelitian ini dibiayai Proyek Penelitian Ilmu Pengetahuan Dasar dengan surat perjanjian pelaksanaan penelitian Nomor 125/SPPP/PP/DP3M/IV/2005, Direktorat Pembinaan Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional.

## DAFTAR ACUAN

- 1 KLAPDOR, H. V., *Proc. Int. Symp. Heavy Ion Physics and Nuclear Astrophysical Problems*, Tokyo 1988; 127.
- 2 METZINGER, J., KLAPDOR, H.V., Availability factor and reliability analysis in *Proc. Int. Conf. on Nuclear Power Plant Aging (San Diego)*. Goel, V.S., Ed., Metals Park, OH: American Society for Metals, 1985; 239.
- 3 OKTOVA, R., Self-consistent Beta Decay Calculation on Heavy Deformed Nuclei, dissertation at Institut fuer Theoretische Physik, Univ. Hannover, Cuvillier Verlag Publ., Goettingen; 2001.
- 4 FAYANS, S. A., TRYKOV, E. L., ZAWISCHA, D., Influence of effective spin-orbit interaction on the collective states of nuclei, *Nucl. Phys. A568* (1994) 523.
- 5 FAYANS, S. A., TOLOKONNIKOV, S. V., TRYKOV, E. L., ZAWISCHA, D., Isotope shifts within the energy-density functional approach with density-dependent pairing, *Phys. Lett. B338* (1994) 1.
- 6 KROEMER, E., TOLOKONNIKOV, S. V., FAYANS, S. A., ZAWISCHA, D., Energy-density functional approach for non-spherical nuclei, *Phys. Lett. B363* (1995) 12-16.