

PEMODELAN REAKTOR RISET KARTINI MENGUNAKAN MODEL ARX

ARJONI AMIR

Pusat Rekayasa Perangkat Nuklir - BATAN

ABSTRAK

PEMODELAN REAKTOR RISET KARTINI MENGGUNAKAN MODEL ARX. Telah dilakukan penelitian pemodelan reaktor riset nuklir Kartini dengan menggunakan metode identifikasi sistim. Proses identifikasi sistim menggunakan pasangan data input-output secara off-line. Reaktor penelitian diasumsikan sebagai plant black-box dengan input adalah reaktivitas dan output adalah daya linier reaktor. Struktur model yang dipilih adalah struktur model AutoRegressive eXogenous (ARX) dengan Single Input Single Output (SISO). Untuk mengestimasi parameter ARX tersebut digunakan kriteria prediction error seperti Akaike Final Prediction Error (FPE), Loss Function (LF) dan Best Fit (BF). Sedangkan untuk validasi model reaktor digunakan input step response, frequency response, pole - zero, noise spectrum, autocorrelation dan crosscorrelation dengan level confidence 99 %.

ABSTRACT

MODELLING OF KARTINI RESEARCH REACTOR BY USING ARX MODEL. Modelling of Kartini nuclear research reactor has been done by using methods of system identification. Process of system identification uses a set of data couple of input-output with off-line condition. Research reactor assumed as black-box plant with input is reactivity and output is linear energy of reactor. Model structure selected is model structure Autoregressive eXogenous (ARX) with Single Input Single Output (SISO). To estimate parameter of ARX uses criteria of prediction error like Akaike Final of Prediction Error (FPE), Loss Function (LF) and Best Fit (BF). While for model validation reactor used input of step response, frequency response, pole - zero, noise spectrum, autocorrelation and crosscorrelation with confidence level 99 %.

Keyword : identifikasi sistim, autoregressive exogenous (ARX), single input single output (SISO), reaktor.

1. PENDAHULUAN

Metode/teknik identifikasi sistim selalu menggunakan sejumlah model matematik yang mempresentasikan sistim dinamik sebuah plant. Salah satu cara untuk mengetahui sistim dinamik sebuah plant maka dilakukan pengukuran pasangan data input (*stimulus*) dan data output (*response*) dari plant tersebut. Identifikasi sistim merupakan langkah awal untuk menentukan sebuah model plant dan selanjutnya digunakan untuk merancang sebuah kontrol / kendali (*controller*) untuk plant tersebut.

Pasangan data input-output tersebut diperlukan untuk merancang model matematik sebuah plant kemudian mengestimasi parameter-parameter

plant tersebut. Pada tulisan ini plant yang akan diidentifikasi adalah plant reaktor riset nuklir Kartini di Yogyakarta. Pasangan data input-output yang akan digunakan adalah reaktivitas sebagai data input dan daya linier reaktor sebagai data output, struktur model yang akan dicoba adalah struktur model *AutoRegressive eXogenous* (ARX) dengan *Single Input Single Output* (SISO) [1].

2. DASAR TEORI

2.1 Kinetika Neutron

Sifat-sifat neutronik reaktor riset bisa digambarkan dalam persamaan (1) dan (2) sebagai berikut [2],

$$\frac{dn}{dt} = k \frac{(r - b)}{l} n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i + S \quad \dots(1)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\lambda_i}{l} n - \lambda_i C_i; \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad \dots(2)$$

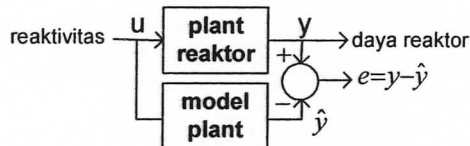
C_i : konsentrasi neutron lambat.
 S : stream neutron.
 β : fraksi neutron lambat.
 λ_i : konstanta proportionality.
 l : waktu hidup rata-rata neutron.
 k : faktor multiplikasi reaktor.
 n : jumlah neutron.

Persamaan (1) dan (2) menyatakan perubahan densitas neutron (dn) dan perubahan konsentrasi neutron lambat (dC_i) yang tergantung pada variabel n , C_i dan S .

2.2 Plant Reaktor Nuklir

Reaktor riset nuklir dianggap sebuah plant yang memiliki parameter-parameter yang sangat kompleks sekali (*non-linear*) sehingga dalam tulisan ini reaktor nuklir tersebut dianggap sebuah model plant *black-box* dengan parameter *linear time invariant*.

Pada plant *black-box* ini ditinjau satu variabel data input (reaktivitas) dan satu variabel data output (daya reaktor)



Gambar (1).
Model plant reaktor

Perubahan daya linier reaktor dipengaruhi oleh turun-naiknya tiga buah batang kendali, yang dikenal dengan nama batang kendali pengaman, batang kendali kompensator, batang kendali pengatur, dan juga pengaruh temperatur bahan bakar (*core*) dan temperatur pendingin (*coolant*).

Posisi turun-naiknya ketiga batang kendali ini mengakibatkan turun-naiknya nilai reaktivitas neutron. Ini artinya bila nilai reaktivitas neutron berubah maka daya reaktor akan berubah juga. Perubahan ini bisa dinyatakan dengan fungsi persamaan reaktivitas, (ρ , ρ) sebagai berikut [2]

$$\rho = r(X_1, X_2, \dots, X_m, T_{fuel-1}, T_{fuel-2}, \dots, T_{fuel-N}, T_{cool-1}, T_{cool-2}, \dots, T_{cool-N}) \quad \dots (3a)$$

X_1, X_2, \dots, X_m : posisi batang kendali yang masuk

$T_{fuel-1}, T_{fuel-2}, \dots, T_{fuel-N}$: Temperatur bahan bakar.

$T_{cool-1}, T_{cool-2}, \dots, T_{cool-N}$: Temperatur pendingin.

Atau dalam persamaan,

$$\rho = \rho_{bk} + \rho_{bb} + \rho_{bp} \quad \dots (3b)$$

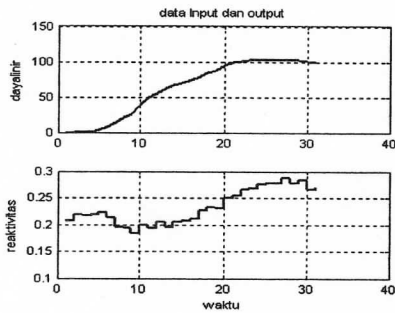
dimana ρ_{bk} = reaktivitas batang kendali

ρ_{bb} = reaktivitas bahan bakar

ρ_{bp} = reaktivitas bahan pendingin

2.3. Data Input / Output

Pasangan data input/output yang digunakan diperoleh dari sebuah grafik S yang menggambarkan hubungan antara masing-masing posisi batang kendali dengan reaktivitas, kemudian reaktivitas masing - masing dijumlahkan menjadi reaktivitas total (ρ), pada kondisi ini reaktivitas bahan bakar dan reaktivitas bahan pendingin bisa diabaikan, grafik antara reaktivitas total dengan daya linier reaktor menjadi sumber pasangan data input-output pada tulisan ini [5]. Pasangan data ini memberikan gambaran dari sistim dinamika reaktor/plant seperti yang terlihat pada gambar (2) dan gambar (3).



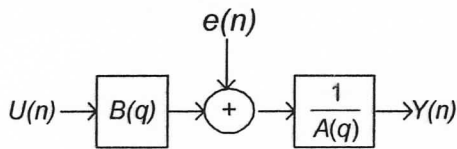
Gambar (2)
Data input (reaktivitas) dan output (daya reaktor)

2.4. Estimasi Model

Sistim dinamik reaktor penelitian bisa digambarkan dengan sebuah model matematik dengan orde tertentu biasanya disebut dengan struktur model. Struktur model yang dipakai dalam tulisan ini adalah struktur *AutoRegressive Exogenous (ARX)* dengan *Single Input Single Output (SISO)* yang dinyatakan dalam persamaan sebagai berikut [3],

$$A(q)y(n) = q^{-k}B(q)u(n) + e(n) \\ = B(q)u(n-k) + e(n) \quad \dots (4)$$

dimana $u(n)$, $y(n)$ dan $e(n)$ merupakan data input, data output dan *disturbance* sistim. $A(q)$ dan $B(q)$ adalah persamaan polinomial yang menggambarkan parameter model. Persamaan ini dapat juga dinyatakan dalam bentuk aliran sinyal seperti gambar (3).



Gambar (3).
Aliran sinyal Struktur model ARX (SISO).

Persamaan (4) dapat juga dinyatakan dalam bentuk persamaan,

$$y(n) = \frac{B(q)u(n-k)}{A(q)} + \frac{e(n)}{A(q)} \quad \dots (5)$$

dimana,

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ = 1 + \sum_{i=1}^{na} a_i q^{-i}$$

$$B(q) = 1 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \\ = 1 + \sum_{i=1}^{nb} b_i q^{-i}$$

na , nb adalah model orde dan a_1 , a_2 , b_0 , b_1 adalah parameter model.

Estimasi untuk mendapatkan nilai parameter model $A(q)$ dan $B(q)$ yang optimal maka dipakai beberapa kriteria *prediction error* seperti kriteria *Akaike's Final Prediction Error (FPE)*, *Loss Function (LF)* dan *Best Fit* [2].

2.4.1 Akaike's Final Prediction Error Criterion (FPE)

Persamaan FPE dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut,

$$FPE = \left(\frac{1 + \frac{p}{N}}{1 - \frac{p}{N}} \right) MSE \quad \dots (7)$$

dimana MSE adalah *Mean Square Error*, N adalah jumlah data dan p adalah jumlah parameter dalam model.

2.5 Analisis Model

2.5.1 Model Validasi

Struktur model telah dipilih yaitu struktur model *AutoRegressive eXogenous (ARX)* dengan *single input dan single output (SISO)*, model parameter telah diperoleh dengan memberikan beberapa nilai alternatif untuk $A(q)$ dan $B(q)$ dan juga diberikan beberapa kriteria *prediction error* sehingga struktur model yang telah dipilih akan dianalisis dengan cara melakukan validasi model (*model*

validation), analisis residu (*residual analysis*), analisis autokorelasi (*autocorrelation analysis*) dan analisis korelasi-silang (*cross-correlation analysis*). Hasil analisis ini akan menggambarkan apakah struktur model plant yang telah dipilih menjadi model plant yang akurat

Analisa residu (*residual analysis*) ditampilkan dalam bentuk grafik antara *actual response* dan *estimation model* dengan koridor tingkat kepercayaan 99 %. Selisih respon antara *actual response* dan model estimasi ini juga disebut dengan *prediction error*. analisa autokorelasi (*autocorrelation analysis*) ini menentukan apakah residual adalah zero-mean white noise yang dinyatakan dengan persamaan :

$$R_e^N(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e(n)e(n+\tau) \quad (9)$$

dan Korelasi Silang (Cross-Correlation) menerangkan apakah residual bebas /tidak tergantung pada sinyal input yang dinyatakan dengan persamaan :

$$R_{eu}^N(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e(n)u(n+\tau) \quad (10)$$

3. HASIL DAN BAHASAN

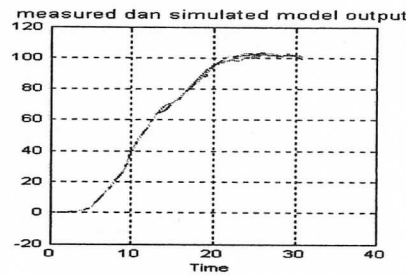
3.1 Estimasi Parametrik

Estimasi parametrik dilakukan dengan tujuan melihat secara visual hasil estimasi kesalahan (*prediction error*) dari pemodelan plant yang dipilih dengan memakai kriteria *FPE*, *Loss Function* (*error function*) dan *Best Fit* seperti dalam Tabel 1

Tabel 1.

ARX Model na-nb-nk	FPE	Loss function	Best Fit %
1-5-10	2.10388	1.42154	98.896
1-6-10	1.02323	0.64625	98.291
1-7-10	0.83008	0.48953	98.896

Tabel (1) diperoleh dari experimen dengan kondisi nilai *time delay* 1-10(=nk), na mulai dari nilai 1 -10 dan nb mulai dari nilai 1-10.



Gambar (4)

Hasil pengukuran output dan simulasi model output

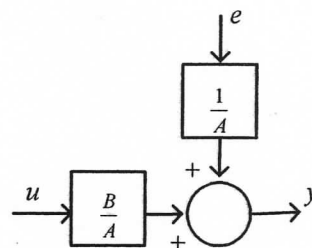
Perbandingan hasil eksperimen dengan simulasi yang lebih akurat diringkaskan dalam tabel (1) dan gambar (4), diantara ketiga hasil tersebut kemudian dipilih struktur model ARX yang paling akurat yaitu dengan parameter {na=1 nb=7 nk=10] atau [1-7-10], nilai FPE yang terkecil dan dengan persamaan :

$$A(q)y(t) = Bq\{u(t-k) + e(t)\} \dots (11)$$

dengan nilai A(q) dan B(q) sebagai berikut,

$$A(q) = 1 - 0.9442 q^{-1}$$

$$B(q) = -43.85 q^{-10} - 54.92 q^{-11} + 106.5 q^{-12} - 106.4 q^{-13} - 14.19 q^{-14} + 101.6 q^{-15} + 47.46 q^{-16}$$

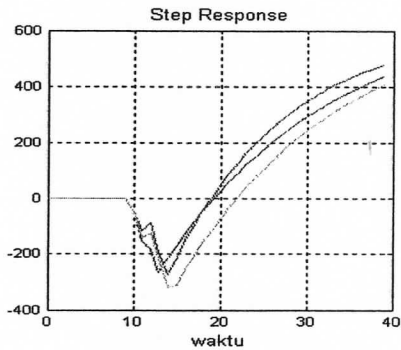


Gambar 5.

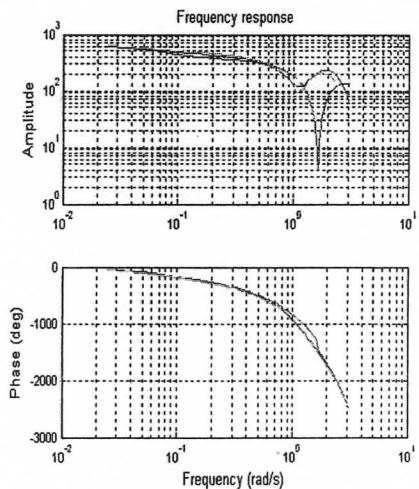
Model plant aliran sinyal struktur model ARX (SISO).

3.2 Validasi Model

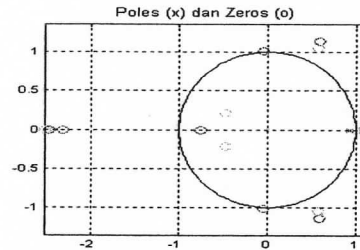
Dari proses validasi diperoleh parameter dengan struktur model ARX (1-7-10) dengan FPE adalah 0.83008 , Loss Function 0.489533 dan Best Fit 98.8957 % dengan beberapa grafik validasi seperti grafik *step response*, *frequency response*, *pole-zero*, grafik *noise spectrum* dan grafik *autocorrelation* dan *crosscorrelation* sebagai berikut,



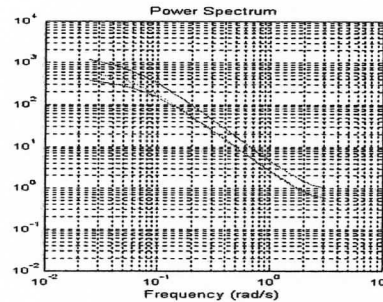
Gambar (6)
Perbandingan step response model ARX 1-7-10 dengan model ARX 1-5-10 dan ARX 1-6-10



Gambar (7)
Perbandingan frequency response model ARX 1-7-10 dengan model ARX 1-5-10 dan ARX 1-6-10



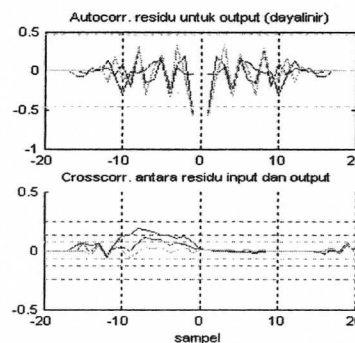
Gambar (8)
Perbandingan pole dan zero model ARX 1-7-10 dengan model ARX 1-5-10 dan ARX 1-6-10



Gambar (9)
Perbandingan noise spectrum model ARX 1-7-10 dengan model ARX 1-5-10 dan ARX 1-6-10

3.3 Analisis Residual

Analisis residual untuk ketiga model tersebut seperti yang tercantum dalam tabel 1 dapat dilihat dalam gambar (10)



Gambar (10)
Autocorrelation dan Crosscorrelation pada saat validasi model

4. KESIMPULAN

Penentuan model plant reaktor penelitian Kartini dilihat dari sudut sistim dinamika dengan pemasangan data satu input yaitu reaktivitas total dan satu output yaitu daya linier reaktor dengan model *single input single output* (SISO) memberikan kontribusi terhadap kompleksnya sebuah sistim reaktor /plant.

Plant reaktor dianggap sebuah *blackbox* yang kemudian diidentifikasi dengan struktur model ARX dan di analisis dengan model validasi, analisis residual dan model simulasi. Hasil yang diperoleh dicantumkan pada tabel 1 dan gambar (4) dengan kriteria predicion error yang terkecil seperti FPE adalah 0.83008, Loss Function 0.489533 dan Best Fit 98.8957 % dengan level convidence 99 %, sedangkan struktur model reaktor adalah ARX dengan parameter [na=1 nb=7 nc=10] atau ARX [1 7 10].

5. DAFTAR PUSTAKA

1. Rolf Johansson," *System Modeling And Identification*", Prentice Hall Int. Ed., 1993.
2. Philips Thomas," *Simulation of Industrial Processes for Control Engineers* ", Butterworth-Heinemann, 1999, p.280-281.
3. Lennart Ljung," *System Identification Theory for the User* ", Prentice Hall Inc, 1987.
4. NI,"*LabView System Identification Toolkit Algorithm Reference*", NI, 2004.
5. Data/laporan Tahunan P3TM BATAN.